

DOI: 10.11949/j.issn.0438-1157.20160544

## 最小熵损优化方法在椭圆换热管内的应用

王俊博, 谢攀, 刘志春, 刘伟

(华中科技大学能源与动力工程学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 在流体对流换热分析的基础上得到局部熵损率的表达式, 以局部熵损率为优化目标, 满足能量与质量守恒条件, 在流动功耗为定值条件下, 根据拉格朗日泛函极值原理得到熵损为极值时的控制方程组, 发展了最小熵损优化方法。将该方法应用到椭圆换热单管中, 得到优化后的速度场与温度场。优化结果表明, 优化流动结构为纵向旋流, 具有较好的传热及流动性能, 相比未优化椭圆管综合换热性能 $(Nu/Nu_s)/(f/f_s)$ 可达 3.21, 同时得到了纵向涡在流场中的分布情况, 这对椭圆管内强化换热发展具有指导意义。

**关键词:** 熵; 对流; 传热; 优化; 椭圆管; 数值模拟

**中图分类号:** TK 124

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0438—1157 (2016) S1—0307—05

## Application of exergy destruction minimization in convective heat transfer optimization for elliptical tube

WANG Junbo, XIE Pan, LIU Zhichun, LIU Wei

(School of Energy and Power Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, Hubei, China)

**Abstract:** The expression of local exergy destruction rate is deduced on the analysis of convective heat transfer. Lagrange function is constructed with local exergy destruction rate set as optimization objective and prescribe flow power consumption as constraint condition. Besides, energy and mass conservation laws are taken into consideration in this Lagrange function. By taking variation on the Lagrange function, optimization equations are obtained. Through numerical simulation, the optimization equations are solved in the convective heat transfer for elliptical tube flow and the optimized velocity and temperature fields are obtained. The results show that the optimum flow structure in the elliptical tube is longitudinal swirl flow with multi-vortexes. Compared with the elliptical tube with general governing equations (Navier-Stokes equations), the optimized flow has a good heat transfer rate with low increase of flow resistance and the comprehensive performance,  $(Nu/Nu_s)/(f/f_s)$ , is 3.21. Furthermore, the distribution of vortexes in the elliptical tube is also obtained which is significant to improve the design of elliptical tubes.

**Key words:** exergy; convection; heat transfer; optimization; elliptical tube; numerical simulation

2016-04-26 收到初稿, 2016-05-06 收到修改稿。

**联系人:** 刘伟。第一作者: 王俊博 (1991—), 男, 博士研究生。

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划项目 (2013CB228302); 国家自然科学基金项目 (51376069)。

Received date: 2016-04-26.

Corresponding author: Prof. LIU Wei, w\_liu@hust.edu.cn

Foundation item: supported by the National Basic Research Program of China (2013CB228302) and the National Natural Science Foundation of China (51376069).

## 引 言

换热设备作为一种能量传递元件广泛应用于能源、化工、制冷、石油等行业，其性能的提高对我国的节能减排具有重要意义。通过数值模拟和实验研究，众多强化传热技术被提出并加以应用<sup>[1-6]</sup>。然而当前各种强化元件的设计和 optimization 主要依据经验及试验研究，缺乏相应的理论分析与指导。

Guo 等<sup>[7-12]</sup>提出了对流换热过程中的场协同原理，认为流体对流换热的性能取决于温度场与速度场的协同程度，在相同条件下，两者的协同程度越好，换热性能越好。换热能力的大小直接取决于温度分布，而从能量方程可以看出温度场直接受速度场控制，因此寻求特定的速度场以实现温度场与速度场最大程度的协同一直是传热优化领域的目标。Xia<sup>[13]</sup>用热势损失作为目标对象，用黏性耗散表示机械能损失，在机械能损失一定的条件下通过泛函分析得到最优速度场方程，进行了换热过程的优化分析。Meng<sup>[14]</sup>及 Jia<sup>[15]</sup>对该方法进行了深入分析，并进行了拓展，明确了方程中各项的物理意义。

在制冷空调用换热器、锅炉及暖风机等专用设备中，流体外掠管束是一种常见的换热设备。相比圆柱型管束，椭圆管束交错排列流动阻力较低，具有较好的综合换热性能。近年来，椭圆管换热器的研究开发逐渐增多，但大多数集中在管外流动问题，而对管内流动分析较少。楚攀等<sup>[16]</sup>在椭圆管外侧翅片上安装纵向涡发生器，以产生纵向涡，对管外流体产生强烈的扰动，增强流体之间的混合，以较小的流动损失获得换热能力的大幅提高，通过数值计算，其综合换热性能 ( $Nu/f$ ) 提高了 28.93%。对于管内流动，可以将现有的圆管内强化技术引入椭圆管管内强化传热，然而寻求最优的速度场指导强化技术的选择及元件的设计仍是一个重要问题。贾晖等<sup>[17]</sup>在流动功耗一定的情况下使得全场焓耗最小，对椭圆管管内对流换热问题进行了一定程度的优化。Wang 等<sup>[18]</sup>以焓损失为目标发展了最小焓损优化方法，并对圆管内对流换热问题进行了研究分析。本工作在該文献的基础上对椭圆管管内流动进行优化，得到了最优速度场，并进行了数值研究。

## 1 理论基础

### 1.1 局部焓损率

在对流换热过程中，能量守恒方程可写成

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \Phi + \dot{Q}^m \quad (1)$$

式中， $\rho$  为流体密度， $h$  为流体焓， $-\nabla \cdot \mathbf{q}$  为进出微元体的热流， $\Phi$  为因流体黏性产生的耗散热， $\dot{Q}^m$  为内热源。

对于理想的不可压缩流体，将焓和焓的关系式  $dh = Tds$  代入式 (1)，并经过变形可得

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = -\nabla \cdot \frac{\mathbf{q}}{T} + \frac{\lambda(\nabla T)^2}{T^2} + \frac{\Phi}{T} + \frac{\dot{Q}^m}{T} \quad (2)$$

式 (2) 揭示了流体中的熵平衡关系。等式左边是流体熵变；右边第 1 项是进出微元体的熵流，第 2 项是由传热不可逆引起的局部熵产率，第 3 项是由于流动不可逆引起的熵产率，第 4 项是微元体内热源带来的熵流。

在对流换热过程中并不存在内热源，并且流动产生的熵产相对于传热引起的熵产较小，可忽略不计。由 Gouy-Stodla 公式可得局部焓损率表达式

$$I = T_0 s_g = T_0 \frac{\lambda(\nabla T)^2}{T^2} \quad (3)$$

### 1.2 优化方法的构建

上面通过对对流换热过程的分析提出了局部焓损率的表达式，相比于熵产，焓损的物理意义更加明确，其量纲为能量量纲，在优化问题中与约束条件能较好地保持一致。因此，可以以焓损最小为优化目标优化流动传热过程。

Jia 等<sup>[19]</sup>提出以单相流动过程消耗的泵功衡量流动损失的能量，可表述为

$$P_w = \iiint_{\Pi} \mathbf{U} \cdot [\rho(\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{U} - \mu \nabla^2 \mathbf{U}] dV \quad (4)$$

式中， $\Pi$  为计算流体区域， $\mu$  为流体动力黏度。

不可压缩流体满足连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (5)$$

忽略黏性耗散产生的热量对能量方程的影响，则对流换热过程满足能量方程

$$\lambda \nabla^2 T - \rho c_p \mathbf{U} \cdot \nabla T = 0 \quad (6)$$

式中， $c_p$  为流体比定压热容。

故以局部焓损率为拉格朗日极值目标，式 (4)~式 (6) 为约束条件，可以构建拉格朗日方程

$$J = \iiint_V \left\{ T_0 \frac{\lambda(\nabla T)^2}{T^2} + C_0 \mathbf{U} \cdot [\rho(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} - \mu \nabla^2 \mathbf{U}] + A \nabla \cdot \mathbf{U} + B[\lambda \nabla^2 T - \rho_p \mathbf{U} \cdot \nabla T] \right\} dV \quad (7)$$

式中， $C_0$ 、 $A$ 、 $B$  为拉格朗日乘子， $C_0$  为常数， $A$ 、 $B$  为变量。

流动过程中边界上速度为定值，而且边界上黏性切应力为定值，同时管壁温度取定值条件，那么流动过程满足以下变分条件

$$\delta \mathbf{U}|_{r=0}, \quad \delta(\nabla \cdot \mathbf{U})|_{r=0}, \quad \delta T|_{r=0} = 0 \quad (8)$$

通过变分可到如下优化动量方程

$$\rho(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \frac{\rho_p B \nabla T}{C_0} \quad (9)$$

其中，变量  $B$  由以下方程约束

$$-\rho \mathbf{U} \cdot \nabla B = \frac{\lambda \nabla^2 B}{c_p} + \frac{2T_0 \lambda}{C_0 T^2} \left[ \frac{(\nabla T)^2}{T} - \nabla^2 T \right] \quad (10)$$

式 (9) 即为最优速度场满足的控制方程，相比未优化的动量方程多了一个附加力项，该项受温度场及式 (10) 约束。

## 2 椭圆管内单相对流传热优化

### 2.1 椭圆管内优化方程求解

模拟采用周期性边界条件进行计算。椭圆管物理模型如图 1 所示，一个周期长度  $L$  为 0.1 m，长轴  $a$  为 0.015 m，短轴  $b$  为 0.010 m，长短轴之比  $a/b$  为 1.5。管内流动介质为常物性的水，进出口采用周期性边界条件，进口上游温度取为 300 K，圆管壁温为 310 K，壁面采用无滑移条件，取流动平均速度为特征速度，当量直径为特征尺寸， $Re$  取为 200 和 400。通过 Fluent 6.4 对优化后的控制方程式 (3)、式 (4)、式 (7) 和式 (8) 进行求解，其中式 (7) 和式 (8) 通过 Fluent 中的 UDF 和 UDS 功能求解。计算中压力和速度的耦合采用 SIMPLE 算法，离散采用二阶迎风格式。

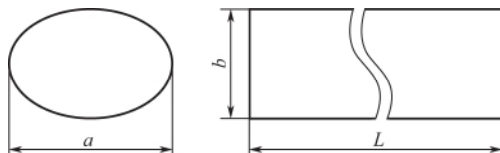


图 1 计算模型

Fig 1 Calculation model

计算采用六面体网格，并在边界处进行加密，如图 2 所示。采用数目分别为 172400、227040 和 395280 的 3 套网格系统计算未优化椭圆管 Nusselt

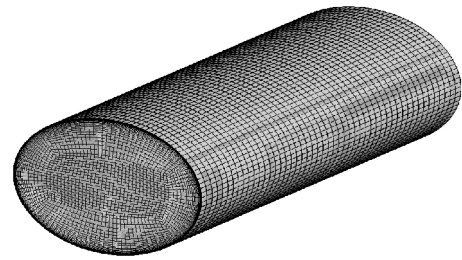


图 2 计算网格

Fig 2 Grid for calculating

数，进行网格独立性验证。发现网格数为 172400 的网格系统已经满足网格独立性要求，Nusselt 数偏差在 1% 以内。

### 2.2 优化结果讨论

不同的  $C_0$  值对应不同的流动功耗约束条件，同时从式 (9) 也可以看到该值的大小也影响动量方程中附加体积力的大小，这也就是说，附加的体积力增加流体功耗，改变流动结构，影响速度场，进而优化温度场，提高对流换热性能。在本次计算中，选取  $Re$  为 200 和 400 作为典型工况，在给定功率消耗下求解控制方程，得到优化后的流场及速度场，分别如图 3 和图 4 所示。

由于功率消耗不同，不同  $Re$  下优化流场存在一定区别， $Re$  为 200 时流动形成了 8 涡结构，而  $Re$  为 400 时流动形成了 16 涡结构。从速度场可以看出，流动过程中在虚拟力的作用下形成了多涡结构的纵向旋流。涡在部分区域将核心区流体卷吸到壁面附近边界区，在部分区域将流体从边界区卷入核心区，使得流体在核心区和边界区进行一定的流动交换，这种流动交换使得流体的核心区温度变得均匀。在边界区，流体卷向壁面部分，温度边界层被压缩，温度梯度大大增加；流体卷向核心部分，虽然温度梯度有一定下降，但由于核心区平均温度升高，该处温度梯度也不太低，故流体边界层处温度梯度得到大幅提升，换热会有所增强。同时，优化后的速度场给出了涡出现的位置及形式，这为强化传热元件的设计及布置提供了参考。周路遥等<sup>[20]</sup>提出斜流杆作为插入物可以形成成对的涡，据此可在椭圆管中布置类似结构及相应数目的斜流杆，例如斜流杆“十”字形和“米”字形布置，来实现传热强化。

为定量研究优化后椭圆管的对流换热性能，对优化前后椭圆管的换热及流动性能进行比较，结果见表 1。

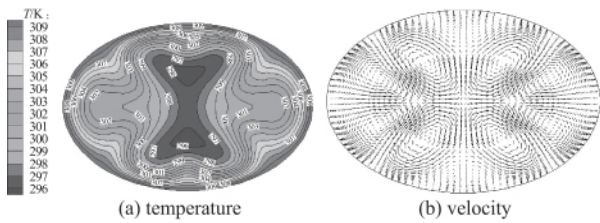


图 3 温度分布和流场结构

Fig. 3 Temperature and flow fields

( $C_0 = -5 \times 10^7$ ,  $P_w = 2.05 \times 10^{-7}$  W,  $Re = 200$ )

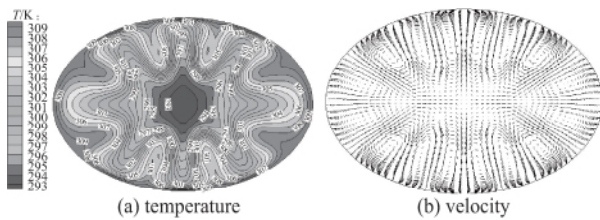


图 4 温度分布和流场结构

Fig. 4 Temperature and flow fields

( $C_0 = -3 \times 10^7$ ,  $P_w = 8.72 \times 10^{-7}$  W,  $Re = 400$ )

表 1 优化前后换热及阻力对比

Table 1 Comparison of heat transfer and flow resistance for general and optimized elliptical tubes

$Re$	$C_0$	$P_w/W$	$Nu/Nu_s$	$f/f_s$	$\eta$	$\epsilon/\%$
200	$-5 \times 10^7$	$2.05 \times 10^{-7}$	2.39	1.03	2.32	3
400	$-3 \times 10^7$	$8.72 \times 10^{-7}$	3.42	1.10	3.12	12

定义换热及流动综合性能系数

$$\eta = \frac{Nu/Nu_s}{f/f_s} \quad (11)$$

式中,  $Nu_s$  及  $f_s$  为未优化椭圆管 Nusselt 数及阻力系数。

将径向速度的最大值与主流方向平均速度的比值定义为纵向涡强度

$$\epsilon = \frac{U_{rmax}}{U_m} \quad (12)$$

相比于未优化的椭圆管, 优化后的流场内形成了纵向旋流, 并且其强度并不大, 这也就是说, 相对于主流速度, 微弱的旋流即可大大提高换热能力。在  $Re$  为 200 和 400 的典型工况下, 优化的流场阻力增加不大, 而换热能力大幅提升, 换热及流动综合性能系数分别达到 2.32 和 3.12。这说明附加体积力在椭圆管内形成的多涡纵向旋流是一种较优的流动, 对高效低阻换热元件的设计具有指导意义。

### 3 结 论

在对流体对流换热过程分析的基础上得到传热过程局部焓损率的表达式, 并将其作为对流换热过程中的不可逆性表述, 发展了以局部焓损率为极值目标的优化方法, 即: 以局部焓损率为极值目标、流动功率损耗一定为约束条件, 采用拉格朗日极值原理得到目标方程, 运用变分方法处理目标方程得到优化场方程, 在计算模型中对优化场方程进行求解, 得到优化后的流场结构和温度分布。

本工作以椭圆管内层流为优化对象, 优化结果表明多涡的纵向旋流是一种具有优良换热和阻力综合性能的流动结构, 其换热增幅较大而阻力较小, 综合换热性能系数可达 3.12。优化后的速度场指明了涡的具体形式和排布位置, 有助于管内插入元件的设计和布置, 对高效低阻换热器的设计具有重要意义。

#### 符 号 说 明

- $A, B, C_0$  —— Lagrange 乘子
- $a$  —— 椭圆管长轴, m
- $b$  —— 椭圆管短轴, m
- $c_p$  —— 比定压热容,  $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
- $f_s, f$  —— 优化前、后阻力系数
- $h$  —— 比焓,  $J \cdot kg^{-1}$
- $I$  —— 局部焓损率,  $W \cdot m^{-3}$
- $J$  —— Lagrange 函数
- $L$  —— 椭圆管周期长度, m
- $Nu_s, Nu$  —— 优化前、后 Nusselt 数
- $P_w$  —— 流动功耗, W
- $p$  —— 流动过程压力, Pa
- $\dot{Q}^m$  —— 内热源,  $W \cdot m^{-3}$
- $q$  —— 热通量,  $W \cdot m^{-2}$
- $Re$  —— Reynolds 数
- $s$  —— 比熵,  $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
- $s_g$  —— 局部熵产率,  $W \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$
- $T, T_0$  —— 分别为温度、环境温度, K
- $t$  —— 时间, s
- $U$  —— 速度,  $m \cdot s^{-1}$
- $U_m$  —— 轴向平均速度,  $m \cdot s^{-1}$
- $U_{rmax}$  —— 径向最大速度,  $m \cdot s^{-1}$
- $V$  —— 体积,  $m^3$
- $\Gamma$  —— 计算边界表面,  $m^{-2}$
- $\epsilon$  —— 纵向涡强度
- $\eta$  —— 椭圆管综合性能系数

$\lambda$ ——热导率,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$\mu$ ——动力黏度,  $\text{Pa} \cdot \text{s}$

$\Pi$ ——计算体积域,  $\text{m}^{-3}$

$\rho$ ——密度,  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$\Phi$ ——黏性产热率,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$

## References

- [1] FAN A W, DENG J J, GUO J, *et al.* A numerical study on thermo-hydraulic characteristics of turbulent flow in a circular tube fitted with conical strip inserts [J]. *Appl. Therm. Eng.*, 2011, **31** (14/15): 2819-2828.
- [2] GUO J, FAN A W, ZHANG X Y, *et al.* A numerical study on heat transfer and friction factor characteristics of laminar flow in a circular tube fitted with center-cleared twisted tape [J]. *Int. J. Therm. Sci.*, 2011, **50** (7): 1263-1270.
- [3] ZHANG X Y, LIU Z C, LIU W. Numerical studies on heat transfer and flow characteristics for laminar flow in a tube with multiple regularly spaced twisted tapes [J]. *Int. J. Therm. Sci.*, 2012, **58**: 157-167.
- [4] MOHAMAD A A. Heat transfer enhancements in heat exchangers fitted with porous media ( I ): Constant wall temperature [J]. *Int. J. Therm. Sci.*, 2003, **42** (4): 385-395.
- [5] MING T Z, ZHENG Y, LIU J, *et al.* Heat transfer enhancement by filling metal porous medium in central area of tubes [J]. *J. Energy Inst.*, 2010, **83** (1): 17-24.
- [6] HUANG Z F, NAKAYAMA A, YANG K, *et al.* Enhancing heat transfer in the core flow by using porous medium insert in a tube [J]. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2010, **53** (5/6): 1164-1174.
- [7] GUO Z Y, TAO W Q, SHAH R K. The field synergy (coordination) principle and its applications in enhancing single phase convective heat transfer [J]. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2005, **48** (9): 1797-1807.
- [8] GUO Z Y, LI D Y, WANG B X. A novel concept for convective heat transfer enhancement [J]. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1998, **41** (14): 2221-2225.
- [9] TAO W Q, GUO Z Y, WANG B X. Field synergy principle for enhancing convective heat transfer—its extension and numerical verifications [J]. *Int. J. Heat. Mass Transf.*, 2002, **45** (18): 3849-3856.
- [10] GUO Z Y, ZHU H Y, LIANG X G. Entropy—a physical quantity describing heat transfer ability [J]. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2007, **50** (13/14): 2545-2556.
- [11] GUO Z Y, LIU X B, TAO W Q, *et al.* Effectiveness-thermal resistance method for heat exchanger design and analysis [J]. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2010, **53** (13/14): 2877-2884.
- [12] CHEN Q, LIANG X G, GUO Z Y. Entropy theory for the optimization of heat transfer—a review and update [J]. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2013, **63**: 65-81.
- [13] XIA Z Z. Augmentation and optimization on heat conduction and convection processes [D]. Beijing: Tsinghua University, 2001.
- [14] MENG J A. Enhanced heat transfer technology of longitudinal vortices based on field-coordination principle and its application [D]. Beijing: Tsinghua University, 2003.
- [15] JIA H. The optimization and evaluation of convective heat transfer for single phase in tube [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013.
- [16] 楚攀, 何雅玲, 李瑞, 等. 带纵向涡发生器的椭圆管翅片换热器数值分析 [J]. *工程热物理论*, 2008, **29** (3): 488-490.
- CHU P, HE Y L, LI R, *et al.* Three-dimensional numerical analysis of fin-and-over tube heat exchanger with longitudinal vortex generators [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2008, **29** (3): 488-490.
- [17] 贾晖, 刘志春, 刘伟. 最小熵耗优化在椭圆管换热中的应用 [J]. *工程热物理论*, 2012, **33** (6): 1002-1004.
- JIA H, LIU Z C, LIU W. Convective heat transfer optimization based on minimum entropy consumption in the elliptic tube [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2012, **33** (6): 1002-1004.
- [18] WANG J B, LIU W, LIU Z C. The application of exergy destruction minimization in convective heat transfer optimization [J]. *Appl. Therm. Eng.*, 2015, **88**: 384-390.
- [19] JIA H, LIU W, LIU Z C. Enhancing convective heat transfer based on minimum power consumption principle [J]. *Chem. Eng. Sci.*, 2012, **69** (1): 225-230.
- [20] 周路遥, 刘伟. 内置斜流杆的强化传热管的数值模拟研究 [J]. *工程热物理论*, 2015, **36** (3): 596-599.
- ZHOU L Y, LIU W. Numerical studies on heat transfer performance for tube inserted with diagonal rod inserts [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2015, **36** (3): 596-599.