毛细相变流体回路冷凝界面的稳定性

涂正凯[1] 刘伟[2] 刘志春[2] 范爱武[2]
(1 武汉理工大学材料复合新技术国家重点实验室，武汉 430070)
(2 华中科技大学能源与动力工程学院，武汉 430074)

摘要 依据毛细管内冷凝液柱的卢卡斯沃什伯恩(Lucas-Washburn)方程，获得了相变毛细管中流体上升高度与毛细管半径以及热流密度的关系式，并将此关系式推广到毛细相变流体回路中，利用小扰动理论通过对界面高度的变化来分析研究冷凝界面的稳定性。文章通过研究三种不同运行状态下的界面动力学行为发现，在实际运行过程中，蒸汽管路的压力波动将使冷凝界面形成具有一定振幅的波动。

关键词 毛细回路 冷凝界面 小扰动理论 稳定性 热控制

1 引言

毛细相变流体回路是一种利用工质相变的传热装置，由于其良好的控温性能，已广泛应用于电子器件的热控系统。在回路实际运行过程中，当蒸发段的热流过大时，毛细界面甚至会穿透毛细芯，从而导致毛细芯内的液体干涸，使系统发生崩溃，目前国内外对系统的稳定性研究[1-2]主要集中在蒸发界面上，而冷凝器内界面的稳定性研究很少见到报道。实际系统运行过程中，汽液冷凝相变界面往往会随着冷凝热流的不均匀性以及压力的波动而上下移动，甚至影响系统的温度波动。文献[3]通过实验观测到离冷凝器越近，系统的温度波动幅度越大，说明对蒸发冷凝相变界面的稳定性研究具有十分重要的意义。本文主要根据Lucas和Washburn提出的方程，根据毛细提升高度的变化来判定冷凝汽液界面的位置，导出影响汽液界面稳定性的主要因素和提高系统稳定性的方法。

2 数学模型

Lucas和Washburn根据提升液体的宏观运动，建立了提升液体的力平衡方程，考虑了毛细力、重力、粘性力和惯性等作用力(见图1)。图中重力项$F_g=\rho g\pi R^2 s$，毛细力$F_c=2\pi R\sigma$，粘性力$F_{vis}=8\pi\mu su$，F_a和F_b分别为液柱上下表面的绝对压力，根据力平衡方程有：

$$F_c\cos\theta+F_a-F_b-F_g\cos\beta-F_{vis}=\frac{d(mu)}{dt}=\frac{d(\rho\pi R^2 su)}{dt} \quad (1)$$

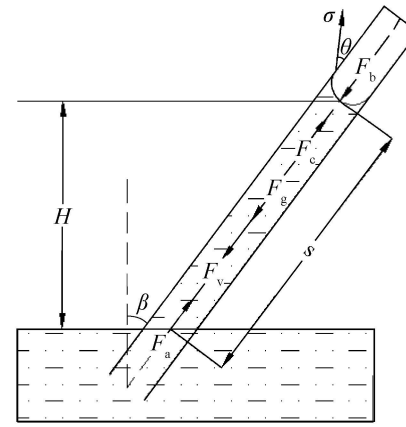

图1 毛细管内液柱的作用力示意图

国家自然科学基金(50876035，50906026)
收稿日期：2009-09-01。收修改稿日期：2010-01-12

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

式中　R 为毛细管半径；θ 为液体接触角；u 为液柱中液体运动速度；m 为液柱中液体质量；ρ 为液体密度；μ 为液体动力学粘性系数。整理式(1)，并考虑相变产生的蒸汽反作用力对界面毛细行为的影响有：

$$\frac{2\sigma\cos\theta}{R}-\rho_l g s\cos\beta-\Delta p-\frac{\dot{m}^2}{\rho_v}-\frac{8\mu}{R^2}su=\frac{\rho d(su)}{dt} \tag{2}$$

式中　σ 为表面张力系数；$\Delta p=\frac{F_b-F_a}{\pi R^2}$ 为液柱两端的压差；v 代表蒸汽；$\dot{m}$ 为流体单位面积的质量流量。界面的连续性方程：

$$\rho_l\left(u-\frac{ds}{dt}\right)=\rho_v\left(u_v-\frac{ds}{dt}\right)=\dot{m} \tag{3}$$

式中　$\frac{ds}{dt}$ 是界面运动的速度，即是液柱整体运动的瞬时速度，由式(3)可得：

$$u=\frac{\dot{m}}{\rho_l}+\frac{ds}{dt} \tag{4}$$

将式(4)代入式(2)得到[4]：

$$\frac{2\sigma\cos\theta}{R}-\rho_l g s\cos\beta-\Delta p-\frac{\dot{m}^2}{\rho_v}-\frac{8\mu\dot{m}}{R^2\rho_l}s-\frac{8\mu}{R^2}s\frac{ds}{dt}=\frac{\rho}{dt}d\left(s\frac{\dot{m}}{\rho_l}+s\frac{ds}{dt}\right) \tag{5}$$

若液体完全润湿($\theta=0$)，系统无重力，且达到稳定时，式(5)可写成：

$$\frac{2\sigma}{R}-\Delta p-\frac{\dot{m}^2}{\rho_v}-\frac{8\mu\dot{m}}{R^2\rho_l}s=0 \tag{6}$$

式(5)、(6)建立了冷凝段毛细液柱的压力平衡方程，式(6)说明，毛细力不仅要克服系统的压差和蒸汽反冲力，还要克服由于流体的粘性引起的粘性力。发生相变时，$\dot{m}=\frac{Q}{\pi R^2 h_{fg}}$，式中，$Q$ 为系统的加热热流，h_{fg} 为工作流体的相变潜热。

3　冷凝界面稳定性分析

图 2 为毛细相变回路的示意简图，假设具有毛细芯液柱的冷凝器可简化为毛细管模型。其中，冷凝端液柱长度为 $H_c=0.3$m，回路半径为 $R=1\times10^{-3}$m。工质为甲醇，其物性参数见表 1[5]。

表 1　甲醇在 37 ℃时的物性

物性参数	ρ_l/(kg·m^{-3})	ρ_v/(kg·m^{-3})	μ/(kg·s^{-1}m^{-1})	σ/(N·m^{-1})	h_{fg}/(J·kg^{-1})
甲醇	7.78×10^2	0.48	4.8×10^{-4}	2.11×10^{-2}	1.14×10^6

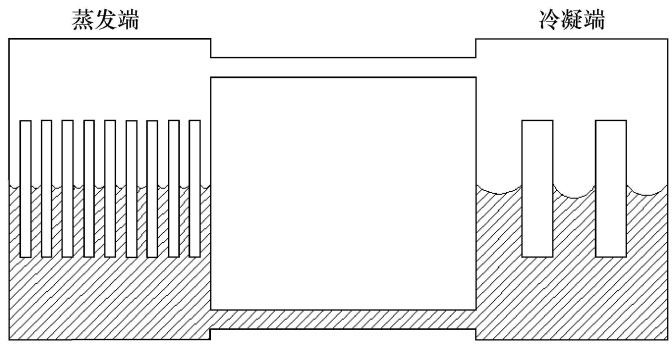

图 2　毛细相变回路示意简图

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

3.1　非重力条件下冷凝界面的稳定性

在无重力条件下，式(5)可转化为

$$\frac{2\sigma\cos\theta}{R}-\Delta p-\frac{\dot{m}^2}{\rho}-\frac{8\mu\dot{m}}{R^2\rho}s-\frac{8\mu}{R^2}s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{\rho}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}\left(s\frac{\dot{m}}{\rho}+s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right)\tag{7}$$

式中　$\Delta p=p_v-p_l$，p_v 和 p_l 分别为液柱上下两端的蒸汽压力和液体压力。

当系统稳定时，$s=H_c$。若系统发生了一个小扰动，则

$$s=H_c\pm\varepsilon H_c\quad(0<\varepsilon\ll 1)\tag{8}$$

当发生不同程度的扰动时，扰动比例 ε 值不同，汽液相变界面的位置也随之改变。将式(8)代入式(7)，且根据 Ramon 的模型[4]有：

$$\varepsilon''(t)+\left(a+\varepsilon'(t)\right)\varepsilon'(t)+b\,\varepsilon(t)=0\tag{9}$$

式中　$a=\frac{u_0}{H_c}+\frac{8\mu}{\rho R^2}$；$b=\frac{u_0}{H_c}\frac{8\mu}{\rho R^2}$；$u_0$ 是稳定时液体的流动速度，由于冷凝热流与规定方向相反，因此稳定时液体的流动速度 $u_0<0$。初始条件为：$\varepsilon(0)=\varepsilon_0$，$\varepsilon'(0)=0$，$\varepsilon_0 H_c$ 为开始所给小扰动偏离平衡位置的距离。

图3给出了热流 $Q=20\mathrm{W}$ 时，相同正负小扰动比例 $\varepsilon(0)=0.005$ 的变化曲线。从图3可以看出，对于给定的正负小扰动，都不会恢复到平衡位置，而是随着时间的增大不断增大，而且时间越大，增大的幅度越大。对于给定的负扰动，由于界面有向下的趋势，而液体又不可压缩，因此在界面上产生了较大的不稳定度；对于正扰动，界面有向上的趋势，而且随着时间的增加，幅度不断增大，但蒸汽有较大的速度冲向界面，二者产生较大的对冲给界面造成很大的不稳定性。因此，冷凝界面对小扰动有放大的作用，但由于蒸汽的抑制以及液体的不可压缩性，使得界面有较大的运动趋势而又不能剧烈运动，故而冷凝界面存在着极强的不稳定性。

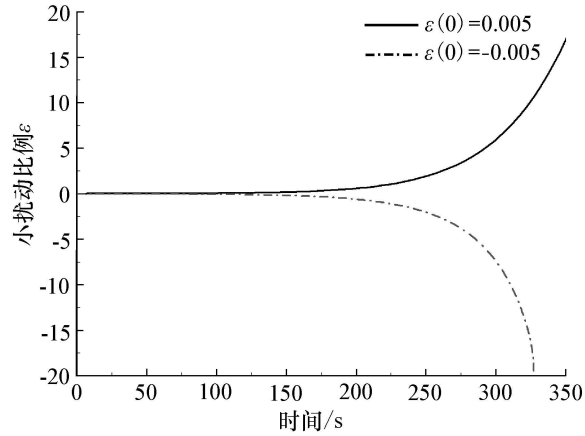

图3　加热热流为 $Q=20\mathrm{W}$ 时小扰动变化曲线

3.2　重力条件下冷凝界面的稳定性

在重力条件下，式(9)中 $b=\frac{g}{H_c}\cos\beta+\frac{u_0}{H_c}\frac{8\mu}{\rho R^2}$，记 $\cos\beta=\frac{\Delta H}{H_c}$，其中 ΔH 为液柱两端的重力高度。

图4给出了在不同重力高度下小扰动随时间的变化曲线。由图4可以看出，在出现重力高度的情况下，小扰动没有被放大，反而是向着平衡位置衰减，重力高度越大，小扰动衰减到平衡位置的时间越短。因此，在重力情况下，冷凝界面的稳定性可以得到增强。同时，由式(9)可知，

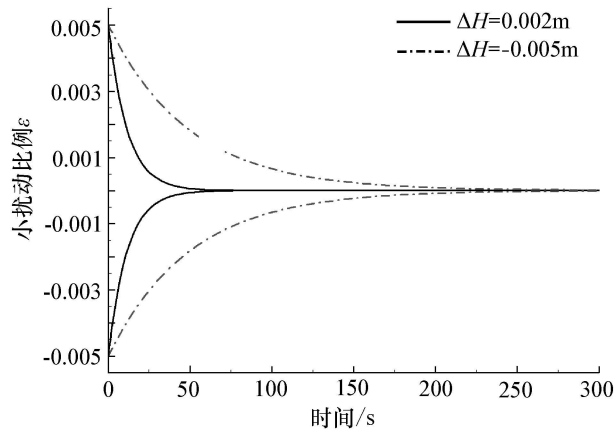

图4　不同重力高度下小扰动随时间衰减变化曲线

($H_c=0.3\mathrm{m}$，$Q=20\mathrm{W}$)

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

当 $b>0$ 时，小扰动由放大曲线变成衰减曲线，界面有更高的稳定性。因此，此时在重力条件下要使冷凝界面有更高的稳定性，必须满足：

$$\cos\beta > \frac{|u_0|}{g}\frac{8\mu}{\rho R^2} \quad 或者 \quad \frac{\Delta H}{H_c} > \frac{|u_0|}{g}\frac{8\mu}{\rho R^2} \tag{10}$$

图 5 给出了式(9)中 $\varepsilon'(t)$(界面的运动速度)与时间 t 的变化曲线。从图中可以看出，在给定小扰动的情况下，界面恢复的速度较为缓慢，经过 3min 左右接近平衡位置。因此，从另一方面来说界面有较高的稳定性。同时，可以看出 $\varepsilon'(t) \ll a$，因此式(9)可变为

$$\varepsilon''(t) + a\varepsilon'(t) + b\varepsilon(t) = 0 \tag{11}$$

式(11)退化成标准的阻尼振动方程，$\Delta = a^2 - 4b > 0$，且 a 远大于 b，故而式(11)是一个具有强阻尼的过阻尼方程，对于任一扰动，它将迅速恢复到平衡位置，因此此时的冷凝相变界面具有较高的稳定性。

图 6 给出了重力条件下，小扰动在不同热流下的衰减曲线。从图 6 可以看出，在一定的重力高度下，此时冷凝界面的小扰动已变成衰减曲线，界面的稳定性相对无重力条件下有很大增强。但热流越大，扰动恢复到平衡位置的时间越长，相对重力条件下的低热流情况而言，此时的界面仍然有较大的不稳定性。

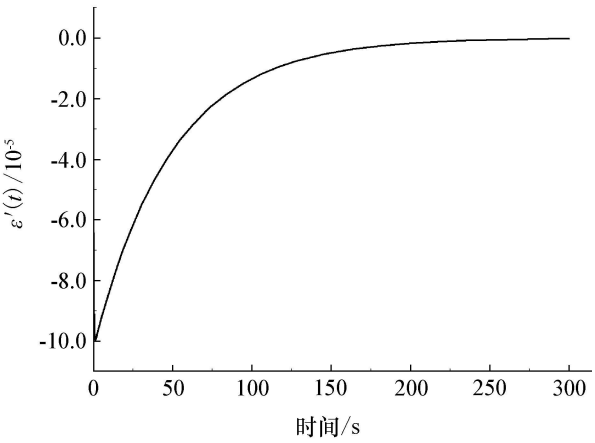

图 5　重力条件下冷凝界面 $\varepsilon'(t)$(界面的运动速度)与时间 t 的变化曲线 ($Q=20\mathrm{W}$, $H_c=0.3\mathrm{m}$, $\Delta H=0.002\mathrm{m}$)

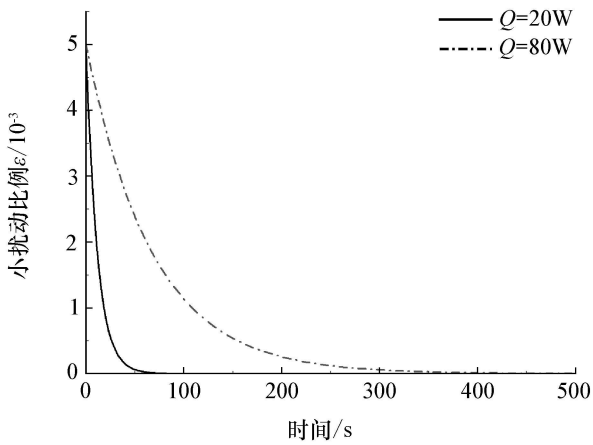

图 6　不同热流下小扰动随时间衰减变化曲线 ($H_c=0.3\mathrm{m}$, $\Delta H=0.005\mathrm{m}$)

3.3　压力波动条件下冷凝界面的稳定性

实际系统运行过程中，高速的蒸汽在蒸发器出口处的流通截面面积的改变，以及蒸汽在冷凝器中冷凝的不均匀性等，会在冷凝界面造成一定的压力波动，此时式(5)变成

$$\frac{2\sigma\cos\theta}{R} - \Delta p - A_p\sin(\omega t) - \frac{\dot{m}^2}{\rho} - \frac{8\mu\dot{m}}{R^2\rho}s - \frac{8\mu}{R^2}s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\rho}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}\left(s\frac{\dot{m}}{\rho} + s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right) \tag{12}$$

式中　A_p 表示压力波的振幅；ω 为压力波的频率。则式(9)变成：

$$\varepsilon''(t) + \left(a + \varepsilon'(t)\right)\varepsilon'(t) + b\varepsilon(t) = \frac{A_p}{\rho H_w^2}\sin(\omega t) = f\sin(\omega t) \tag{13}$$

图 7 给出了在无重力条件下，小扰动随时间的变化曲线。从图中可以看出，由于压力波动的存在，界面上的扰动也表现出与压力波同频率的波动。此时，不论是正扰动还是负扰动，扰动都向正扰动方向(蒸汽侧)不断波动着上升，由于蒸汽侧的蒸汽以较大的速度冲向界面，这两种作用的冲撞给冷凝界面造成了极大的不稳定度。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

图8给出了重力条件下小扰动的波动变化。在一定高度的重力条件下，正负小扰动都呈波动变化，而且经过一定的时间后，正负扰动将以相同的幅度，相同的频率稳定波动。其稳定波动的频率与压力波的频率相同，但波动的振幅远远大于原来的初始扰动。因此，系统中的压力波动放大了界面的波动幅度，但界面仍然处于稳定的波动，即压力波可以把界面的波动控制在一定的范围内，相比无重力情况，此时的系统可以认为是有较高的稳定性。

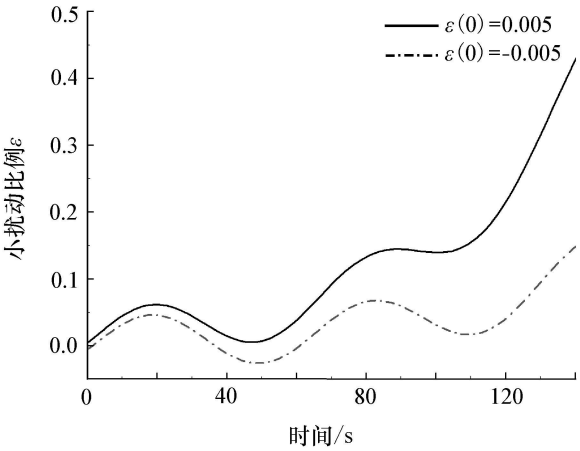

图7 无重力条件下，冷凝界面小扰动的波动变化
(Q= 20W, H_c= 0.3m, f= 0.02, w= 0.1Hz)

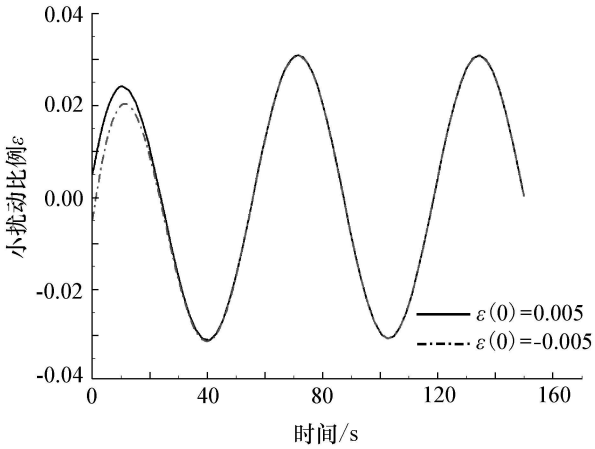

图8 重力条件下的小扰动的波动变化
(Q= 20W, H_c= 0.3m, ΔH= 0.005m,
f= 0.02, w= 0.1Hz)

在一定的重力高度下 $b>0$ 时，根据上面的分析可知 $\varepsilon'(t) \ll a$，此时，式(13)可以表示为

$$\varepsilon''(t) + a\varepsilon'(t) + b\varepsilon(t) = f\sin(\omega t) \tag{14}$$

当 $\Delta = a^2 - 4b \geqslant 0$ 时，式(14)的解为

$$\varepsilon = c_1 e^{-k_1 t} + c_2 e^{-k_2 t} + \frac{f}{\sqrt{(\omega^2 - b)^2 + a^2\omega^2}}\sin(\omega t + \varphi)$$

当 $\Delta = a^2 - 4b < 0$ 时，式(14)的解为

$$\varepsilon = c_1 e^{-\frac{a}{2}t} \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \frac{f}{\sqrt{(\omega^2 - b)^2 + a^2\omega^2}}\sin(\omega t + \varphi)$$

因此，不论 Δ 的正负关系如何，经过很长时间，系统稳定后，都有

$$\varepsilon = \frac{f}{\sqrt{(\omega^2 - b)^2 + a^2\omega^2}}\sin(\omega t + \varphi) \tag{15}$$

式中 $\tan\varphi = \frac{\omega^2 - b}{a\omega}$。由式(15)可知，不论小扰动初值的大小如何，只要存在压力波动，在一定重力高度下，冷凝界面上最终都会形成一个稳定的有固定振幅的波动。当重力高度较大时，即 $\Delta = a^2 - 4b \leqslant 0$ 时，式(15)的振幅会出现先增大后减小的情形；而实际系统大多在微重力或较小的重力高度下运行，此时 $\Delta = a^2 - 4b > 0$，当热流一定时，ω 越小，系统波动幅度越大(见图9)，而当 ω 一定时，热流越大，系统波动幅度越大(见图10)。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

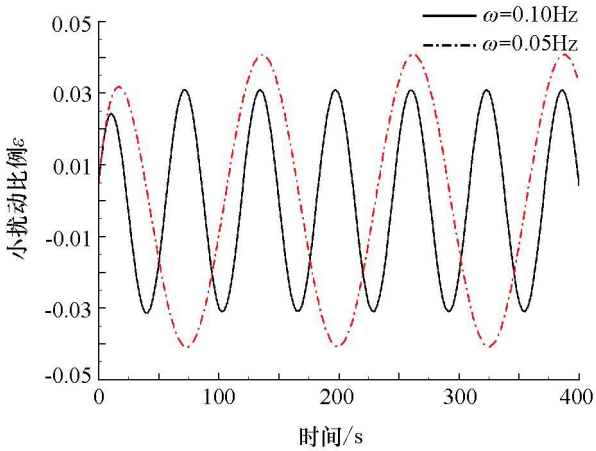

图 9　不同波动频率下的小扰动变化曲线

(Q= 20W, H_c= 0.3m, ΔH= 0.002m, f= 0.02)

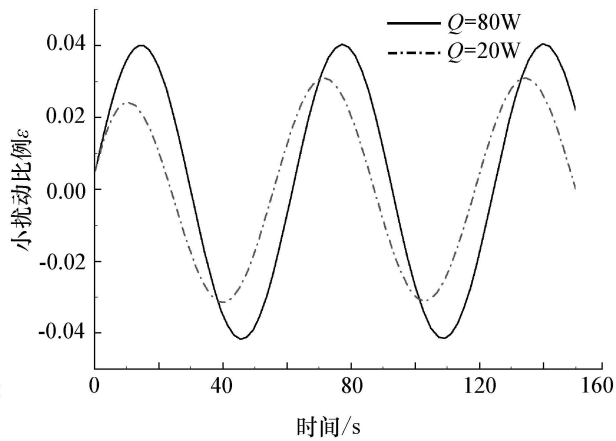

图 10　不同热流下的小扰动的波动变化

(H_c= 0.3m, ΔH= 0.005m, f= 0.02, ω= 0.1Hz)

4　结束语

本文依据毛细管内冷凝液柱的 Lucas-Washburn 方程，利用小扰动理论通过对界面高度的变化来分析研究冷凝界面的稳定性。研究表明:

1) 在无重力条件下，毛细相变流体回路的冷凝界面有很大的不稳定度;

2) 在重力条件下，冷凝界面的稳定性得到很大的增强;

3) 实际系统运行过程中，由于压力波动和重力的存在，冷凝界面上最终将产生一个与初始小扰动无关的有稳定振幅的波动，而且在弱重力环境中，热流越大，振幅越大。

参　考　文　献

[1] BAZZO E, RIEHL R R. Operation characteristics of a small-scale capillary pumped loop [J]. Applied Thermal Engineering, 2003, 23 (6): 687-705.

[2] 刘伟, 刘志春, 明廷臻, 等. 相变流体回路中毛细芯内液体汽化界面的稳定性分析[J]. 自然科学进展, 2009, 19 (7): 773-777.

[3] CHEN Y M, GROLL M, et al. Steady-state and transient performance of a miniature loop heat pipe [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2006, 45 (11): 1084-1090.

[4] RAMON G, ORON B A. Capillary rise of a meniscus with phase change [J]. Journal of Colloid and Interface Science, 2008, 327: 145-151.

[5] 李亭寒, 华诚生, 等. 热管设计与应用[M]. 北京: 化学工业出版社, 1987: 331-340.

作者简介

涂正凯　1981 年生，2009 年获华中科技大学能源与动力工程学院工程热物理专业博士学位，现为武汉理工大学材料复合新技术国家重点实验室博士后，主要从事多孔介质、毛细相变界面以及燃料电池内的传热传质的研究。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

Stability of the Condensing Interface in a Capillary Loop with Phase Change

Tu Zhengkai[1] Liu Wei[2] Liu Zhichun[2] Fan Aiwu[2]
(1 State Key Laboratory of Advanced Technology for Materials Synthesis and Progressing, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070)
(2 College of Energy and Power Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract A mathematical model based on the Lucas-Washburn equation was developed to address the relations of the capillary height, capillary radius and the heat flux in a capillary column and the equation was extended to a capillary loop for investigating the stability of the condensing interface with phase change by some simplifications. The stability of the condensing interface was studied by introducing a small disturbance into capillary height. The dynamics performances of the condensing interface under three different operating conditions were discussed. The results show that there is avibration with a certain amplitude on the condensing interface due to the periodic oscillation of the pressure in the system.

Key words Capillary loop Condensing interface Small perturbance method Stability Thermal control

(上接第30页)

Genetic Arithmetic Based Dynamic Channel Allocation Algorithm for SOFDM System in Satellite Multimedia Broadcastings

Yang Tong
(China Academy of Space Technology, Beijing 100094)

Abstract The satellite orthogonal frequency division multiplexing (SOFDM) system is usually considered as an enormous amount of sub-carriers and large-scaled system architecture, as well as complicated channel transmitting characteristics, which makes some traditional dynamic channel resource allocation methods inefficient and induces to much power loss, such as the fixed group classification means. An improved method was proposed, which was designed to allot frequency and power resources via the genetic arithmetic with the survival of the fittest principle. The experimental results demonstrate that it can assign the sub-carriers and power in a more reasonably manner. Although its computational complex is equivalent in comparison with the genetic method, this novel means is able to save the system power almost 1dB, so as to remarkably spare the system resources and also improve the system package error rate (PER) performance.

Key words Dynamic channel allocation Genetic arithmetic Sub-carriers allocation Wireless communication Satellite orthogonal frequency division multiplexing

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n