

# 探头结构对阶跃温升法测量生物组织热物理参数的影响\*

杨 昆<sup>1,2</sup> 刘 伟<sup>1</sup> 骆清铭<sup>2</sup>

1(华中科技大学 能源与动力工程学院, 武汉 430074)

2(华中科技大学 生命科学与技术学院, 武汉 430074)

**摘要** 采用阶跃温升法可以测量生物组织热物理参数。但是,阶跃温升法在推导时认为其测量探头是由单一的热敏材料构成的,探头输入功率在探头中均匀分布。而实际的探头多为复合结构,并且探头输入功率在探头中的分布也是不均匀的。本研究通过构建采用复合结构探头时阶跃温升法的数学模型,并对之进行数值模拟,分析了探头结构对阶跃温升法测量生物组织热物理参数的影响;进而通过对探头温升的稳态分析,阐述了探头参数标定值的物理意义。结果表明,对于复合结构的热敏电阻探头,在对探头半径及探头热导率进行标定后,仍然可以采用阶跃温升法来测量生物组织的热物理参数。

**关键词** 热物理参数 生物组织 阶跃温升法 探头结构 热疗

## Effects of Probe Configuration on the Measurement of Bio-tissue Thermal Physical Parameters Using Step-temperature Technique

Yang Kun<sup>1,2</sup> Liu Wei<sup>1</sup> Luo Qingming<sup>2</sup>

1(College of Energy and Power Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

2(College of Life science and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract** The step-temperature technique can be used to measure bio-tissue thermal physical parameters. During the derivation of the step-temperature technique, the measuring probe was assumed to be made of single thermistor sensing element, and the electrical power was assumed to be uniformly distributed throughout the probe bead. However, the probe bead in reality is made of multi-layer structure, and the electrical power is not uniformly distributed throughout the probe bead. In this paper, a mathematical model is built for the step-temperature technique for multi-layer structure probe bead, and a numerical simulation is made to analyze the effects of probe configuration. The physical meaning of the calibrated values of the probe parameters (bead radius and bead thermal conductivity) is also explained theoretically. The results show that the step-temperature technique is still valid for the measurement of bio-tissue thermal physical parameters for the multi-layer structure thermistor probe bead on condition that the bead radius and the bead thermal conductivity are obtained through pre-calibration.

**Key words** Thermal physical parameters Bio-tissue Step-temperature technique Probe configuration Hyperthermia

### 1 引言

生物组织热物理参数(如热导率、热扩散率、血液灌注率等)的测量对生物热物理研究有重要意义,在临床医学、生理学等领域有广泛的应用价值。特别

对于肿瘤热疗,无论是热疗计划的制定、热剂量和热损伤的定量评价、热疗温度场的三维重构等,都需要对生物组织,特别是肿瘤组织中的热量传输规律有准确的认识。为此,除了需要建立完善的生物传热模型外,还需要获得准确的生物组织热物理参数。

采用 Bowman<sup>[1]</sup>和 Volvano<sup>[2]</sup>提出的阶跃温升法可以测量生物组织的热物理参数。阶跃温升法是基于生物组织温度响应的一种瞬态测量技术,它

\* 中国博士后科学基金资助项目(2004036436)及华中科技大学科学研究基金资助项目(2006Q035A)

△ 通讯作者, E-mail: kuny8@ sina.com

具有测量探头尺寸小、测量时间短、测量时组织受影响区域小、组织非均匀性和环境热扰动的影响小、组织损伤小、可以在线测量等优点<sup>[3]</sup>,已经为许多研究者所采用<sup>[4,5]</sup>。

但是,阶跃温升法在推导时认为其测量探头是由单一的热敏材料构成的,探头输入功率在探头中均匀分布,而实际的探头多为复合结构,并且探头输入功率在探头中的分布也是不均匀的。因此,本文将分析探头结构对阶跃温升法测量生物组织热物理参数的影响。

## 2 阶跃温升法简介<sup>[1,2]</sup>

采用阶跃温升法测量生物组织热物理参数时,一个球形热敏电阻探头被置于生物组织中。在测量过程中,探头既用于输入测量所需功率,又用于测量组织温度。探头最初与组织处于热平衡状态,随着电功率的输入,探头温度迅速上升到一预定值,用微机控制探头的输入功率,使探头与组织的温差保持恒定。输入功率随时间的变化关系即反映组织热物理参数的大小。具体测量公式如下:

定义组织的有效热导率  $k_{eff}$  及有效热扩散率  $\alpha_{eff}$  为:

$$k_{eff} = k_t \left( 1 + \frac{z}{a} \right) \quad (1)$$

$$T_{eff} = T_0 \left[ 1 + \frac{z}{a} \frac{1}{0.2k_t / k_p} \right]^2 \quad (2)$$

式中:  $z = C_b W_b T^c / k_t$  (其中:  $a$  探头半径;  $C_b$  血液比热;  $W_b$  血液灌注率;  $k_t$  组织热导率;  $\alpha_t$  组织热扩散率;  $k_p$  探头热导率)

显然,当血液灌注率为零时 ( $W_b = 0$ ),  $k_{eff} = k_t$ ,  $T_{eff} = T_0$

Bowman<sup>[1]</sup>和 Volvano 等<sup>[2]</sup>推导出了如下测量关系式:

$$k_{eff} = \frac{1}{3\Delta T / (\Gamma a^2) - 1 / (5k_p)} \quad (3)$$

$$T_{eff} = \frac{a^2}{[C_b U / \Gamma (1 + \frac{k_t}{5k_p})]^2} \quad (4)$$

于是,  $W_b$  可由下式求出

$$W_b = \frac{(k_{eff} - k_t)^2}{k_t C_b a^2} \quad (5)$$

$\Gamma$  和  $U$  的数值可由实测探头输入功率  $q(t)$  按最小二乘法拟合得到 ( $3q(t) / (4Ca^3) = \Gamma + Uf(t)$ )。

$$\text{当 } W_b = 0 \text{ 时, } f(t) = t^{-1/2} \quad (6)$$

当  $W_b \neq 0$  时,

$$f(t) = t^{-1/2} \exp(-C_b W_b T^c / k_t) - (C_b W_b T^c / k_t)^{0.5} \operatorname{erfc}((t C_b W_b T^c / k_t)^{0.5}) \quad (7)$$

式(3)、(4)可以转换为:

$$k_{eff} = \frac{1}{4\Delta T^c a / \Gamma_0 - 1 / (5k_p)} \quad (8)$$

$$T_{eff} = \frac{a^2}{[C_b U_0 / \Gamma_0 (1 + \frac{k_t}{5k_p})]^2} \quad (9)$$

$\Gamma_0$  和  $\beta_0$  的数值可由实测探头输入功率  $q(t)$  按最小二乘法拟合得到 ( $q(t) = \Gamma_0 + U_0 f(t)$ )。

测量时,探头参数(探头半径  $a$  探头热导率  $k_p$ ) 须预先标定。根据式(8),选取两种已知热物性的工质(热导率分别为  $k_1$  和  $k_2$ ,热扩散率分别为  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ ),应用阶跃温升法,测出它们各自对应的  $\Gamma_0$  值 ( $\Gamma_{01}$  和  $\Gamma_{02}$ ),即可求得探头热导率  $k_p$  和探头半径  $a$  即:

$$a = \frac{1/k_1 - 1/k_2}{4\Delta T_1^c / \Gamma_{01} - 4\Delta T_2^c / \Gamma_{02}} \quad (10)$$

$$k_p = \frac{0.2(\Delta T_1^c / \Gamma_{01} - \Delta T_2^c / \Gamma_{02})}{\Delta T_2^c / (\Gamma_{02} k_1) - \Delta T_1^c / (\Gamma_{01} k_2)} \quad (11)$$

上述测量公式在推导过程中,采用的一个主要假设是探头温度在无限短的时间内达到设定值。但是,由于探头材料具有一定的热容,探头温度是不可能无限短的时间内达到设定值的。文献[6]已经对这一假设进行了分析,发现由此造成的组织热导率、组织热扩散率、血液灌注率误差随时间是逐渐减小的,由此给出了最佳的测量时间。此外,上述测量公式在推导过程中,其采用的另一个主要假设是:热敏电阻探头是由单一的热敏材料构成的,探头的输入功率在探头中均匀分布<sup>[2]</sup>。而为了使探头具有足够的使用寿命、机械强度以及便于消毒,实际采用的热敏电阻探头往往具有多层复合结构;其内部为球形热敏材料,而外部包裹了一层环形玻璃层<sup>[7,8]</sup>,如图1所示。此时,探头输入功率在热敏电阻探头中并非均匀分布的;在探头的玻璃层中,输入功率为零,而

在探头内部的热敏材料中,输入功率均匀分布。显然,这与阶跃温升法推导时所采用的假设不相吻合。迄今为止,尚未发现相关研究对此进行分析。因此,本文将采用数值模拟的方法分析热敏电阻探头复合结构对阶跃温升法测量生物组织热物理参数的影响。

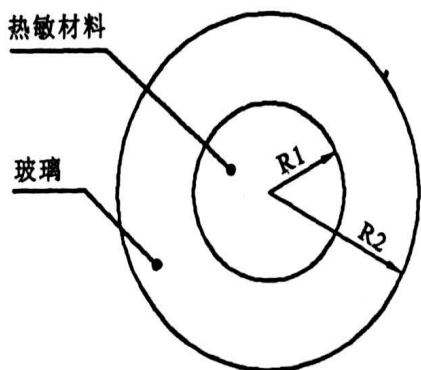


图 1 具有复合结构的热敏电阻探头

Fig 1 The multi-layer structure of thermistor probe bead

### 3 采用复合结构探头时阶跃温升法的数值模拟

文献 [3]介绍了阶跃温升法的数值模拟方法,但是它所针对的是简单的探头结构(热敏电阻探头仅由热敏材料构成,没有外侧的玻璃层),下面将给出采用复合结构探头时阶跃温升法的数值模拟方法。对热敏电阻探头内部的球形热敏材料,假设探头输入功率  $q(t)$  在其中均匀分布,其温度控制方程为:

$$\frac{k_r}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta_r}{\partial r} \right) + \frac{q(t)}{4cR_1^3/3} = c_p C_{pr} \left( \frac{\partial \theta_r}{\partial t} \right) \quad (12)$$

式中:  $\theta_r(r, t)$  为热敏材料温度;  $k_r, \rho_s, C_{pr}$  分别为热敏材料热导率、密度和比热

对热敏电阻探头的环形玻璃层,其温度控制方程为:

$$\frac{k_g}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta_g}{\partial r} \right) = c_g C_{pg} \left( \frac{\partial \theta_g}{\partial t} \right) \quad (13)$$

式中:  $\theta_g(r, t)$  为玻璃层温度;  $k_g, \rho_g, C_{pg}$  分别为玻璃层热导率、密度和比热

探头周围生物组织为均匀、连续和无限大环形介质,根据 Pennes 方程<sup>[9]</sup>,组织瞬态温度场满足下述方程:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta_t}{\partial r} \right) - \frac{W_b C_b}{k_t} \theta_t = \frac{1}{\alpha_t} \left( \frac{\partial \theta_t}{\partial t} \right) \quad (14)$$

式中,  $\theta_t(r, t)$  为组织温度;  $W_b$  为血液灌注率;  $C_b$  为血液比热;  $\alpha_t$  为组织热扩散率;  $k_t$  为组织热导率。边界和初始条件为:

$$t = 0 \quad \theta_t = 0, \theta_r = 0, \theta_g = 0 \quad (15a)$$

$$r = 0 \quad \frac{\partial \theta_r}{\partial r} = 0 \quad (15b)$$

$$r = R_1: k_r \frac{\partial \theta_r}{\partial r} = k_g \frac{\partial \theta_g}{\partial r} \quad \theta_r = \theta_g \quad (15c)$$

$$r = R_2: k_g \frac{\partial \theta_g}{\partial r} = k_t \frac{\partial \theta_t}{\partial r} \quad \theta_t = \theta_g \quad (15d)$$

$$r \rightarrow \infty: \theta_t = 0 \quad (15f)$$

根据阶跃温升法的测量要求,在测量过程中,须保持探头温升值  $\Delta T$  为常数;注意到,测量时热敏电阻探头感应的温度为热敏材料的平均温度<sup>[1,2]</sup>,因此有:

$$\Delta T = \frac{3}{4cR_1^3} \int_0^{R_1} 4c_r^2 \theta_r(r, t) dr = \text{常数} \quad (16)$$

由式(12)~(16)构成的偏微分方程组可以对阶跃温升法的实际测量过程进行完整描述。显然,要求得上述偏微分方程组的解析解是极其困难的,这也是本文采用数值模拟方法的原因。在对阶跃温升法进行数值模拟时,需要事先给定探头参数(如:  $R_1, R_2, k_r, \rho_s, C_{pr}, k_g, \rho_g, C_{pg}$  等),组织参数(如:  $W_b, C_b, \alpha_t, k_t$  等)和探头温升值  $\Delta T^0$ ,然后,采用数值计算的方法可以求得探头热敏材料、探头玻璃层及组织中的温度场及其随时间的变化,根据计算得到的探头热敏材料的温度分布  $\theta_r(r, t)$  及式(16)可以得到探头温升值  $\Delta T$ 。在数值模拟过程中,通过随时调整探头输入功率  $q(t)$  的大小,可以使探头温升值等于事先确定值  $\Delta T^0$ 。这样,通过数值模拟的方法,可以获得探头输入功率随时间的变化数据  $q(t)$ ,这一探头输入功率瞬态数据可以模拟真实的测量数据,进而根据  $(q(t) = \Gamma_0 + U_0 f(t))$  可以求得对应的  $\Gamma_0$  和  $\beta_0$ ,从而可以根据阶跃温升法进行相应的处理。在数值模拟时,通过设定不同的探头参数和组织参数,可以模拟不同的探头结构、不同的测量对象、不同的标定介质及不同的组织热物理状况。

为了实现数值模拟的要求,本文基于有限差分法编写了数值计算程序。在该计算程序中,为了保证

无条件的数值稳定性,采用了全隐格式。为了保证足够的计算精度,空间网格的选取为探头内取 800 个节点,组织内取 3 000 个节点;时间步长的选取为 0.001 s。探头温升值的控制精度为  $\epsilon = 1 \times 10^{-7}$ ,根据文献 [6],此时数值计算误差的影响可以忽略。其中,  $\epsilon$  的定义为:

$$\frac{|\Delta T(t) - \Delta T^0|}{\Delta T^0} \leq X$$

通过在计算程序中选用不同的时间步长、空间节点分布、探头温升值的控制精度  $\epsilon$ ,分析了这些参数对数值计算结果的影响。结果表明,采用前面所给的参数值可以获得满意的数值计算精度。

为了说明误差随时间的变化情况,每一个时刻的组织热导率、热扩散率、血液灌注率的模拟测量值,是根据以该时刻为中点、时间间隔为 1 s 内的探头输入功率数据得到。例如,文中所指 20 s 测得的组织热导率、热扩散率、血液灌注率,是由 19.5~20.5 s 这个时间段内的探头输入功率数据计算得到的。

在进行数值模拟时,除特别说明外,探头参数一般取为<sup>[8,10,11]</sup>:  $R_1 = 0.2 \text{ mm}$ ,  $R_2 = 0.4 \text{ mm}$ ,  $k_r = 7 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ,  $\rho_r = 2225 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $C_{pr} = 835 \text{ J}/(\text{kg}^\circ \text{K})$ ,  $k_g = 1.4 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ,  $\rho_g = 2600 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $C_{pg} = 753.6 \text{ J}/(\text{kg}^\circ \text{K})$ , 探头温升  $\Delta T = 3^\circ \text{C}$ 。

## 4 结果

### 4.1 探头温度在无限短的时间内达到设定值假设的影响

图 2 给出了  $R_2 = R_1 = 0.3 \text{ mm}$ ,  $k_t = 0.6 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ,  $\alpha_t = 1.4 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $W_b = 20 \text{ kg}/\text{m}^3 \text{ s}$  时,组织热导率、热扩散率、血液灌注率误差随测量时间的变化。由于  $R_2 = R_1$  相当于认为热敏电阻探头是由单一的热敏材料构成的,因此上述误差主要来自于探头温度在无限短的时间内达到设定值这一假设。由图 2 可知,此时上述误差均随测量时间的增加而减小;这是因为随测量时间的增加,探头温度上升到设定值所需要的时间与测量时间之比逐渐减小,因此,探头温度在无限短的时间内达到设定值这一假设所造成的影响逐渐减弱。由图可知,当测量时间为 20 s 时,由探头温度在无限短的时间内达到设定值这一假设造成的组织热导率、组织热扩散率、血液灌注率的误差均小于 1%;因此,在下面的分析中,采用的是第 20 s 的测量数据。

### 4.2 探头复合结构对探头半径 $a$ 、探头热导率 $k_p$ 标

### 定值的影响

表 1 给出了不同探头参数下,选用不同的标定介质,由数值模拟得到的探头半径  $a$  和探头热导率  $k_p$  的标定值。表中热物性为  $k = 0.618 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ,  $\alpha = 1.49 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  的标定介质模拟的为水,而热物性为  $k = 0.286 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ,  $\alpha = 0.929 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  的标定介质模拟的为甘油。因为在实际测量中这两种介质经常被选用为标定介质。

由表 1 可以看出,对于不同的热敏电阻探头结构,探头半径的标定值  $a$  均与探头玻璃层外径  $R_2$  非常接近,而探头热导率的标定值  $k_p$  远小于探头热敏材料的热导率。值得注意的是,尽管文献 [8,10] 指出,探头热敏材料的热导率一般为  $2 \sim 14 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ;但是在阶跃温升法的实际运用过程中,文献 [1] 获得的探头热导率标定值为  $0.1021 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ,文献 [6] 获得的探头热导率标定值为  $0.113 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ,文献 [12] 获得的探头热导率标定值为  $0.21 \text{ W}/(\text{m}^\circ \text{K})$ ,均远小于探头热敏材料的热导率。显然,这与本文数值模拟的结果是吻合的。而探头的多层复合结构及其造成的探头输入功率在探头中的不均匀分布,就是造成这一结果的原因。

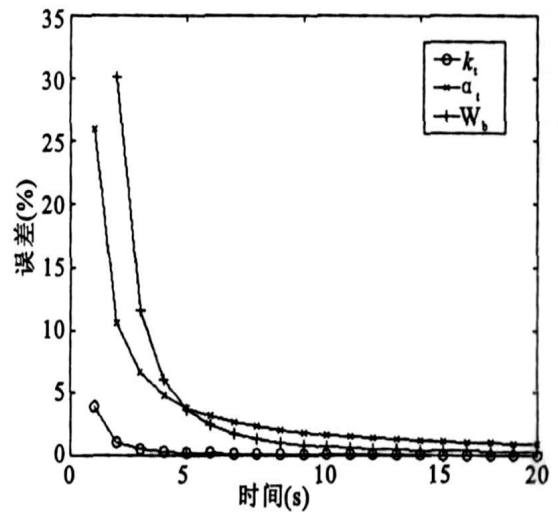


图 2 组织热导率、热扩散率、血液灌注率误差随测量时间的变化

Fig 2 The errors of the tissue thermal conductivity, tissue thermal diffusivity, blood perfusion at different measurement time

由表 1 还可以发现,对于相同的热敏电阻探头结构,采用不同的标定介质获得的探头半径及探头热导率标定值之间的差别极小;这说明,探头半径及探头热导率标定值与标定介质的选择无关。

### 4.3 探头复合结构对组织热导率 $k_t$ 、组织热扩散率 $T$ 测量结果的影响

当组织血液灌注率为零 ( $W_b = 0$ ),  $k_{eff} = k$ ,  $T_{eff} = T$ ; 此时, 根据数值模拟得到的探头输入功率随时间的变化数据  $q(t)$ , 探头半径和探头热导率的标定值  $a$  和  $k_p$  及式 (8) (9) 就可以求得组织热导率  $k_t^1$  和组织热扩散率  $\alpha_t^1$ , 以此来模拟组织热导率和组织热扩散率的测量结果。

表 2 给出了不同探头参数下, 对应不同的组织参数设定值 ( $k_t^0$  及  $\alpha_t^0$ ), 由数值模拟得到的组织热导率和组织热扩散率的模拟测量结果。可以看出, 对于

不同的探头结构, 由数值模拟得到组织热导率  $k_t^1$  与数值模拟时组织热导率的设定值  $k_t^0$  之间的误差可以忽略; 而由数值模拟得到的组织热扩散率  $\alpha_t^1$  与数值模拟时组织热扩散率的设定值  $\alpha_t^0$  也很接近, 两者之间的误差最大不超过 1.5%。这说明, 对于复合结构的热敏电阻探头, 在对探头参数 ( $a$   $k_p$ ) 进行标定后, 仍然可以采用阶跃温升法来测量组织的热导率和热扩散率

表 1 由数值模拟得到的探头半径  $a$  和探头热导率  $k_p$  的标定值

Table 1 The calibrated values of the probe bead radius ( $a$ ) and the bead thermal conductivity ( $k_p$ ) obtained from numerical simulation

探头结构		标定介质 1		标定介质 2		探头参数标定值	
$R_1$ (mm)	$R_2$ (mm)	$k_1$ (W/(m <sup>2</sup> ·K))	$T_1 \times 10^7$ (m <sup>2</sup> /s)	$k_2$ (W/(m <sup>2</sup> ·K))	$T_2 \times 10^7$ (m <sup>2</sup> /s)	$a$ (mm)	$k_p$ (W/(m <sup>2</sup> ·K))
0.2	0.3	0.618	1.49	0.286	0.929	0.2999	0.5006
		0.618	1.49	0.45	1.2	0.2999	0.5005
		0.45	1.2	0.286	0.929	0.2999	0.5006
	0.4	0.618	1.49	0.286	0.929	0.3996	0.2600
		0.618	1.49	0.45	1.2	0.3997	0.2598
		0.45	1.2	0.286	0.929	0.3996	0.2602
0.3	0.5	0.618	1.49	0.286	0.929	0.4990	0.1760
	0.4	0.618	1.49	0.286	0.929	0.3997	0.7251
	0.5	0.618	1.49	0.286	0.929	0.4991	0.3838
	0.6	0.618	1.49	0.286	0.929	0.5979	0.2620

表 2 中探头参数是根据水和甘油的热物性进行标定得到的, 而对表中  $k_t^0 = 0.2$  W/(m<sup>2</sup>·K) 及  $k_t^0 = 0.8$  W/(m<sup>2</sup>·K) 的情况, 其组织参数设定值已经超出了水和甘油的热物性的范围, 而模拟测量的结果

表明, 此时仍可准确地测出组织的热导率及热扩散率。这说明, 标定介质的热物性范围并不需要包含待测生物组织的热物性, 从而, 我们可以更加方便地选择标定介质

表 2 组织热导率和组织热扩散率的模拟测量结果

Table 2 The simulated measurement results of tissue thermal conductivity ( $k_t^1$ ) and tissue thermal diffusivity ( $\alpha_t^1$ ) obtained from numerical simulation

探头结构		探头参数标定值		组织参数设定值		模拟测量结果	
$R_1$ (mm)	$R_2$ (mm)	$a$ (mm)	$k_p$ (W/(m <sup>2</sup> ·K))	$k_t^0$ (W/(m <sup>2</sup> ·K))	$T \times 10^7$ (m <sup>2</sup> /s)	$k_t^1$ (W/(m <sup>2</sup> ·K))	$T^1 \times 10^7$ (m <sup>2</sup> /s)
0.2	0.3	0.2999	0.5006	0.20	0.90	0.200	0.895
				0.40	1.15	0.400	1.145
				0.60	1.40	0.600	1.396
				0.80	1.65	0.800	1.648
				0.20	0.90	0.200	0.887
				0.40	1.15	0.400	1.144
	0.4	0.3996	0.2600	0.60	1.40	0.600	1.404
				0.80	1.65	0.800	1.663
				0.20	0.90	0.200	0.899
				0.40	1.15	0.400	1.136
				0.60	1.40	0.600	1.382
				0.80	1.65	0.800	1.626
0.3	0.4	0.3997	0.7251	0.60	1.40	0.600	1.382
				0.80	1.65	0.800	1.626

#### 4.4 探头复合结构对组织血液灌注率测量结果的影响

灌注率时, 首先需要测得组织存在血液灌注率时的探头输入功率  $q^{wb}(t)$ , 然后在组织血液灌注率为零的情况下测得组织热导率  $k_t$  和组织热扩散率  $\alpha_t$ , 再

根据阶跃温升法的测量方法, 在测量组织血液

由  $q_{wb}(t)$  及式 (7)、(8) 求得到组织存在血液灌注率时的有效热导率  $k_{eff}$ , 最后根据  $k_{eff}$ 、 $k_i$  及式 (5) 就可求出组织血液灌注率。因此, 在模拟测量组织血液灌注率时, 首先设定组织血液灌注率为  $W_b^0$ , 根据数值模拟得到的探头输入功率随时间的变化数据  $q_{wb}(t)$ ; 然后设定组织血液灌注率为零, 采用与 4.2 节中同样的方法得到组织热导率  $k_i^1$  和组织热扩散率  $\alpha_i^1$ , 再由  $k_i^1$ 、 $\alpha_i^1$ 、 $q_{wb}(t)$  及式 (7)、(8) 求得到相应于血液灌注率  $W_b^0$  的组织有效热导率  $k_{eff}$ , 根据  $k_{eff}$ 、 $k_i^1$  及式 (5) 就可求出组织血液灌注率的模拟测量结果

表 3 给出了不同探头参数下, 对应不同的组织参数设定值 ( $k_i^0$ 、 $\alpha_i^0$  及  $W_b^0$ ), 由数值模拟得到的组织血液灌注率的模拟测量结果。可以看出, 对于不同的探头结构, 由数值模拟得到的组织血液灌注率  $W_b^1$  与数值模拟时组织血液灌注率的设定值  $W_b^0$  很接近, 两者之间的误差最大不超过 0.7%。这说明, 对于复合结构的热敏电阻探头, 在对探头参数 ( $a$ 、 $k_p$ ) 进行标定后, 仍然可以采用阶跃温升法来测量组织的血液灌注率

表 3 组织血液灌注率的模拟测量结果

Table 3 The simulated measurement results of blood perfusion ( $W_b^1$ ) obtained from numerical simulation

探头结构		探头参数标定值		组织参数设定值		模拟测量结果			
$R_1(mm)$	$R_2(mm)$	$a(mm)$	$k_p(W/(m^2 \cdot K))$	$k_i^0(W/(m^2 \cdot K))$	$\alpha_i^0 \times 10^7(m^2/s)$	$W_b^0(kg/m^3 \cdot s)$	$W_b^1(kg/m^3 \cdot s)$		
0.2	0.3	0.2999	0.5006	0.40	1.15	10	10.02		
						20	20.04		
						10	10.03		
	0.4					30	30.07		
						10	10.00		
						30	29.97		
0.3	0.4	0.3997	0.7251	0.40	1.15	10	10.07		
						20	30.18		
						10	10.06		
						0.60	1.40	30	30.18
								10	10.06
								30	30.18

### 5 讨论

尽管要获得由式 (12)~(16) 构成的偏微分方程组的解析解是极其困难, 但是, 对于特殊的情况, 我们可以求出其解析解。对于稳态情况, 当组织血液灌注率为零时, 由式 (12)、(13)、(14) 可得:

$$\frac{k_r}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta_r}{\partial r} \right) + \frac{q_s}{4cR_1^3/3} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta_g}{\partial r} \right) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta_i}{\partial r} \right) = 0 \quad (19)$$

边界条件为:

$$r=0: \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0 \quad (20a)$$

$$r=R_1: k_r \frac{\partial \theta_r}{\partial r} = k_g \frac{\partial \theta_g}{\partial r} \quad \theta_r = \theta_g \quad (20b)$$

$$r=R_2: k_g \frac{\partial \theta_g}{\partial r} = k_i \frac{\partial \theta_i}{\partial r} \quad \theta_i = \theta_g \quad (20c)$$

$$r \rightarrow \infty: \theta_i = 0 \quad (20d)$$

求解由式 (17)~(20) 构成的微分方程组, 可得:

$$\theta_r(r) = \frac{q_s}{8c k_r R_1^3} (R_1^2 - r^2) + \frac{q_s}{4c k_g} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{q_s}{4c k_r R_2} \quad (21)$$

稳态时, 热敏电阻探头的温升为:

$$\Delta T_s = \frac{3}{4cR_1^3} \int_0^{R_1} 4c r^2 \theta_r(r) dr \quad (22)$$

将式 (21) 代入式 (22) 并化简, 有:

$$\Delta T_s = \frac{q_s}{20c k_r R_1} + \frac{q_s}{4c k_g} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{q_s}{4c k_r R_2}$$

上式可以整理为:

$$k_r = \frac{1}{\frac{4\Delta T_s c R_2}{q_s} - \frac{R_2}{5k_r R_1} - \frac{1}{k_g} \left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)} \quad (23)$$

定义如下变量:

$$a_s = R_2 \quad (24a)$$

$$k_{ps} = \frac{1}{\frac{R_2}{k_r R_1} + \frac{5}{k_g} \left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)} \quad (24b)$$

则式 (23) 可以改写为:

$$k_{ts} = \frac{1}{\frac{4\Delta T_s C_{As}}{q_s} - \frac{1}{5k_{ps}}} \quad (25)$$

比较式 (8) 与式 (25) 可知, 如果根据稳态情况下的探头输入功率  $q_s$  及探头温升  $\Delta T_s$  来对如图 1 所示的复合结构的热敏电阻探头参数进行标定, 那么  $a_s$  及  $k_{ps}$  就分别代表了探头半径及探头热导率稳态标定值。显然, 探头热导率稳态标定值  $k_{ps}$  反映了探头结构及探头各复合层热物性的综合影响。

表 4 给出了对应不同的热敏电阻探头结构参数, 由式 (24a、b) 计算得到的探头半径与探头热导率稳态标定值  $a_s$  及  $k_{ps}$ 。比较表 1 与表 4 可知, 对应不同的探头结构, 根据阶跃温升法对探头参数进行标定得到的探头半径与探头热导率标定值与由式 (24a、24b) 计算得到的探头半径与探头热导率稳态标定值均非常接近。因此, 上述对探头温升的稳态分析结果也可用于解释由式 (10) 及式 (11) 获得的复合结构热敏电阻探头半径与热导率标定值的物理含义。

值得说明的是, 利用式 (25), 我们还可以根据探头稳态输入功率  $q_s$  及探头稳态温升 ( $T_s$  来测量生物组织热导率。

表 4 探头参数稳态标定值

Table 4 The steady calibrated values of the probe bead radius ( $a$ ) and the bead thermal conductivity ( $k_p$ )

探头结构		探头参数稳态标定值	
$R_1$ (mm)	$R_2$ (mm)	$a_s$ (mm)	$k_{ps}$ (W/(m <sup>2</sup> ·K))
0.2	0.3	0.3	0.5000
	0.4	0.4	0.2593
	0.5	0.5	0.1750
	0.4	0.4	0.7241
0.3	0.5	0.5	0.3818
	0.6	0.6	0.2593

## 6 结 论

(1) 对复合结构的热敏电阻探头, 在对探头半径及探头热导率进行标定后, 仍然可以采用阶跃温升法来测量生物组织的热物理参数。对本文模拟的情况, 当取第 20 s 的探头输入功率数据进行测量时, 探头温度在无限短时间内上升到设定值这一假设及探头复合结构造成的组织热导率的测量误差可以忽略, 而造成的组织热扩散率及组织血液灌注率的误差最大不超过 1.5% 及 0.7%。

(2) 对复合结构的热敏电阻探头, 探头半径及探头热导率标定值与标定介质的选择无关, 标定介质的热物性范围也不需要包含被测生物组织的热物

性; 因此, 在实际测量时, 我们可以方便地选择适宜的标定介质。

(3) 对复合结构的热敏电阻探头, 探头热导率标定值反映了探头结构及探头各复合层热物性的综合影响。

## 参 考 文 献

- Bowman HF. Estimation of tissue blood flow. In Shitzer A and Eberhart R C. Heat transfer in medicine and biology: analysis and application. New York: PLEMUM, 1985: 193-230
- Valvano JW, Allen JT, Bowman HF. The simultaneous measurement of thermal conductivity, thermal diffusivity, and perfusion in small volumes of tissue. Journal of Biomechanical Engineering, 1984, 106: 192-197
- Yang K, Liu W, Zhu GM, et al. An error analysis of the step-temperature technique for measurement of bio-material thermal properties. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2002; 21(3): 263 [杨 昆, 刘 伟, 朱光明等. 阶跃温升法测量生物组织热物理参数的误差分析. 中国生物医学工程学报, 2002; 21(3): 263]
- Delhomme G, Newman WH, Roussel B, et al. Thermal diffusion probe and instrument system for tissue blood flow measurements: validation in phantoms and in vivo organs. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1994; 41: 656-662
- Yang K, Liu W, Yang JG. An experiment study for effects of thermal coagulation on the thermal properties of biological tissue. Journal of Engineering Thermophysics, 2003; 25(2): 314 [杨 昆, 刘 伟, 杨金国. 热凝固对生物组织热物性影响的实验研究. 工程热物理学报, 2003; 25(2): 314]
- Yang K. Measuring method and experiment study of thermophysical parameters of bio-tissue (Doctor). Wuhan Huazhong University of Science and Technology, 2004: 17-48 [杨 昆. 生物组织热物理参数的测量方法及实验研究 (博士). 武汉: 华中科技大学, 2004: 17-48]
- Newman WH, Mass JP. Thermal probe for measuring thermal properties of a flowing medium, United State Patent, 1991, Patent Number 5,035,514
- Li N, Nan Q, Peng JS. Thermistor probe for measuring the thermal properties of biologic tissue. Journal of Transducer Technology, 2002; 21(5): 17 [李 娜, 南 群, 彭见曙. 测量生物组织热物性参数的热敏电阻探头. 传感器技术, 2002; 21(5): 17]
- Pennes HH. Analysis of tissue and Arterial blood temperatures in the resting human forearm. Journal of Applied Physiology, 1948; 1: 93
- Diederich CJ, Clegg S, Roemer RB. A spherical source model for the thermal pulse decay method of measuring blood perfusion: a sensitivity analysis. Journal of Biomechanical Engineering, 1989; 111: 55
- Ma QF, Fang RS, Xiang LC, et al. Practical thermal properties handbook, Beijing Chinese Agricultural Machine Press, 1986: 946 [马庆芳, 方荣生, 项立成等. 实用热物理性质手册. 北京: 中国农业机械出版社, 1986: 946]
- Xia QL, Xia YQ, Nan Q, et al. Measurement and analysis of thermal physical properties in deep tissue. Beijing Biomedical Engineering, 2003; 22(1): 37, 44 [夏全龙, 夏雅琴, 南 群等. 深部组织热物理参数的测量及其结果分析. 北京生物医学工程, 2003, 22(1): 37, 44]

(收稿: 2005-05-16 修回: 2005-11-11)